ΑΛΓΕΒΡΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΘΕΩΡΙΑ

ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ/ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	§1.1, σελ 11-12
ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ	§1.1, σελ 12
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΟΣΘ., ΑΦΑΙΡ., ΠΟΛ/ΣΜΟΥ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	§1.2, σελ 15
ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	§1.3, σελ 20
ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ	§1.3, σελ 21
ΕΥΚΛΕΙΔΙΑ/ΤΕΛΕΙΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗ	§1.4, σελ 25
ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ/ΕΚΠ/ΜΚΔ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	§1.5, σελ 27
ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ	§1.5, σελ 28

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1, 2 σελ 16 — 1, 2, 3 σελ 21 — 1 σελ 26 — 1, 2, 3, 4 σελ 27-29

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

5, 7, 9 σελ 13 — 2, 3, 5, 10, 11 σελ 17-18 — 2, 4, 5, 8, 9 σελ 22

2, 3, 4, 5 σελ 26 — 2, 3, 4, 7, 9, 11, 12 σελ 30

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΩΡΙΑ

ΙΣΑ ΜΕΡΗ ΜΕΓΕΘΟΥΣ/Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ - §2.1, σελ 35

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ/ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ - §2.2, σελ 38

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ - §2.3, σελ 41

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ/ΜΕΙΚΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ - §2.4, σελ 44-45

ΠΟΛ/ΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ/ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ/ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ - §2.5, σελ 48

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ/ΣΥΝΘΕΤΟ ΚΛΑΣΜΑ - §2.6, σελ 50

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

3, 4 σελ 36 — 1, 2, 3 σελ 39 — 2, 4 σελ 42 — 2, 3, 4 σελ 45-46

1, 2 σελ 49 — 1, 2 σελ 50

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1, 2, 4, 6, 8, 10 σελ 36-37 — 2, 4, 6, 8, 9, 10 σελ 40 — 2, 4, 6, 8 σελ 43

1, 2, 3, 4, 6, 7, 10 σελ 46-47 — 2, 4, 6, 9 σελ 49 — 2, 3, 8, 9 σελ 51

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΘΕΩΡΙΑ

ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΚΛΑΣΜΑ	σελ 56
ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ	σελ 57
ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥΣ/ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΟ	σελ 60-61
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ ΤΣΕΠΗΣ	σελ 62
ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	σελ 63
ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΜΗΚΟΥΣ/ΕΜΒΑΔΟΥ/ΟΓΚΟΥ/ΧΡΟΝΟΥ/ΜΑΖΑΣ	σελ 65-66

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1, 2, 3, 4 σελ 58 1, 2, 4 σελ 66-67

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3, 4, 5, 7, 8, 11, 13 σελ 59 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11 σελ 61
1, 2, 3 σελ 63 1, 4, 7, 8, 11, 13, 17, 18 σελ 67-68

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΘΕΩΡΙΑ

ΕΞΙΣΩΣΗ ΜΕ ΕΝΑΝ ΑΓΝΩΣΤΟ/ΡΙΖΑ ΕΞΙΣΩΣΗΣ σελ 73
ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ σελ 75

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ σελ 73 ΕΦΑΡΜΟΓΗ σελ 75
1, 2, 3, 4 σελ 76-77

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2, 4, 6, 8, 10, 11, 12 σελ 74 2, 3, 5, 7, 8, 11, 13 σελ 78

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΘΕΩΡΙΑ

ΠΟΣΟΣΤΑ - §5.1, σελ 80

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1, 2, 3 σελ 81 1, 2, 3 σελ 82

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1, 2, 3, 4, 5, 8 σελ 81 1, 2, 4, 6, 8 σελ 83

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΘΕΩΡΙΑ

ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ σελ 88
ΛΟΓΟΣ ΔΥΟ ΑΡΙΘΜΩΝ/ΑΝΑΛΟΓΙΑ σελ 91
ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ/ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΝΑΛΟΓΩΝ ΠΟΣΩΝ σελ 96
ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΧΕΣΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ σελ 99
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ σελ 102
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ σελ 107

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ σελ 91 1, 2, 3 σελ 97 ΕΦΑΡΜΟΓΗ σελ 100
1 σελ 103 ΕΦΑΡΜΟΓΗ σελ 108

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1, 2, 3 σελ 89 1, 3, 6, 7, 9 σελ 92 3, 4, 6, 7 σελ 98
1, 2, 3 σελ 101 2, 4, 5, 7, 8 σελ 105 1, 3, 4, 5, 6 σελ 109

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΘΕΩΡΙΑ

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΘΕΩΡΙΑ

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1, 2, 5	σελ 152	1, 2, 5	σελ 156	2, 4, 6, 7, 9, 11	σελ 162
1, 3, 6, 8, 11	σελ 164	1, 2, 5, 7	σελ 168	1, 3, 4, 5, 6, 8	σελ 172
2, 4	σελ 174	2, 4, 5, 6, 9, 11	σελ 179	3, 4, 5, 6,	σελ 183
2, 3, 4, 7	σελ 186	3, 4, 5, 6	σελ 189	1, 3, 5, 6	σελ 192
1, 2, 3, 4, 5	σελ 194				

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΩΡΙΑ

ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ	σελ 200
ΑΞΟΝΑΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ	σελ 204
ΜΕΣΟΚΑΘΕΤΟΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ	σελ 206
ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΣΗΜΕΙΟ	σελ 210
ΚΕΝΤΡΟ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ	σελ 212
ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ ΠΟΥ ΤΕΜΝΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΑΛΛΗ ΕΥΘΕΙΑ	σελ 214

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	σελ 201-202	ΕΦΑΡΜΟΓΗ	σελ 205	1, 2, 3, 4, 5	σελ 207-208
1, 2, 3, 4, 5, 6	σελ 210-211	1, 2, 3	σελ 213	1, 2	σελ 215-216

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1, 2, 3	σελ 203	3, 4, 5	σελ 205	2, 3, 4, 7, 9	σελ 209
1, 2	σελ 211	2, 3	σελ 213	2, 4, 5, 6	σελ 216

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΘΕΩΡΙΑ

ΚΥΡΙΑ/ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΝΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΡΙΓΩΝΟΥ	σελ 218-219
ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ/ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΙΣΟΣΚ. ΚΑΙ ΙΣΟΠΛ. ΤΡΙΓ.	σελ 221
ΠΑΡΑΛ/ΜΜΟ ΚΑΙ ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤ. ΠΑΡΑΛ/ΜΜΟΥ/ΤΡΑΠΕΖΙΟ	σελ 225-226
ΙΔΙΟΤ. ΟΡΘΟΓ./ΠΛΑΓ. ΠΑΡΑΛ/ΜΟΥ/ΡΟΜΒ./ΤΕΤΡΑΓ./ΙΣΟΣΚ. ΤΡΑΠ.	σελ 229-230

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ	σελ 219	1, 2, 3, 4, 5, 6	σελ 222-223
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ 1, 2, 3	σελ 227	ΕΦΑΡΜΟΓΗ	σελ 230

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1, 3, 5, 6	σελ 220	1, 3, 4, 5, 6, 8, 10	σελ 224
1, 2, 3, 4	σελ 227	2, 4, 5, 6, 8	σελ 231

ΠΟΛΥ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

1) ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΚΟΙΝΟ ΠΟΛΛ/ΣΙΟ(ΕΚΠ) - ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΚΟΙΝΟΣ ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ(ΜΚΔ)

(α)Το ΕΚΠ είναι το "ελάχιστο από τα κοινά πολλαπλάσια" ορισμένων αριθμών .

π.χ. πολλαπλάσια του 3 : 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

πολλαπλάσια του 9 : 9, 18 , 27, 36, ...

Άρα : ΕΚΠ(3, 9) = 9 .

(β) Ο ΜΚΔ είναι ο "μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες" ορισμένων αριθμών .

π.χ. διαιρέτες του 50 : 1, 2, 5, 10, 25, 50 .

διαιρέτες του 60 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 .

Άρα : ΜΚΔ(50,60) = 10 .

2) ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ .

Για να στρογγυλοποιήσουμε ένα δεκαδικό αριθμό :

(α) βρίσκουμε το ψηφίο της δεκαδικής τάξης στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση

(β) εξετάζουμε το αμέσως επόμενο ψηφίο

(γ) εάν αυτό είναι μικρότερο του 5, τότε το ψηφίο αυτό και όλα τα επόμενα μηδενίζονται

(δ) εάν αυτό είναι ≥ 5, τότε το ψηφίο αυτό και όλα τα επόμενα μηδενίζονται και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης αυξάνεται κατά μία μονάδα .

π.χ. Να στρογγυλοποιηθεί ο αριθμός 3426,78 στην πλησιέστερη δεκάδα και εκατοντάδα .

ΔΕΚΑΔΑ : 3426,78 $\Longrightarrow$ 3430,00

ΕΚΑΤΟΝΤΑΔΑ : 3426,78 $\Longrightarrow$ 3400,00

3) ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ - ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ

(α) Ανάλογα ποσά λέγονται δύο ποσά από τα οποία όταν το ένα πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό, τότε και το άλλο πολλαπλασιάζεται με τον ίδιο ακριβώς αριθμό .

Δύο ανάλογα ποσά x και y, συνδέονται μεταξύ τους με την σχέση : $y = αx$, με α ένα πραγματικό αριθμό $\neq 0$, που ονομάζεται συντελεστής αναλογίας .

ΠΡΟΣΟΧΗ : Η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί και σαν $\frac{y}{x} = α$. Άρα, όταν μας ζητούν να βρούμε αν δύο ποσά είναι ανάλογα ή όχι, κοιτούμε αν έχουν σταθερό πηλίκο .

π.χ. Δίνονται οι αντίστοιχες τιμές δύο ποσών x και y :

x $\Longrightarrow$ 3, 6, 9

y $\Longrightarrow$ 1, 2, 4 . Να εξεταστεί αν τα x και y είναι μεταξύ τους ανάλογα .

Επειδή : $\frac{3}{1} = \frac{6}{2} \neq \frac{9}{4}$, τα x και y δεν είναι ανάλογα ποσά .

(β) Αντιστρόφως ανάλογα ποσά λέγονται δύο ποσά από τα οποία όταν το ένα πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό, τότε και το άλλο διαιρείται με τον ίδιο ακριβώς αριθμό .

Δύο αντιστρόφως ανάλογα ποσά x και y, συνδέονται μεταξύ τους με την σχέση : $y = \frac{α}{x}$,

όπου α ένας πραγματικός αριθμός $\neq 0$.

ΠΡΟΣΟΧΗ : Η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί στην μορφή $y \cdot x = α$. Άρα, όταν μας ζητούν να βρούμε αν δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα ή όχι, κοιτούμε αν έχουν σταθερό γινόμενο .

π.χ. Δίνονται οι αντίστοιχες τιμές δύο ποσών x και y :

x $\Longrightarrow$ 12, 6, 3

y $\Longrightarrow$ 1, 2, 4 . Να εξεταστεί αν τα x και y είναι μεταξύ τους αντιστρόφως ανάλογα .

Επειδή : $12 \cdot 1 = 6 \cdot 2 = 3 \cdot 4 = 12$, τα x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα ποσά .

4) ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΡΟΣΗΜΩΝ .

Στον πολλαπλασιασμό και την διαίρεση ρητών αριθμών ισχύουν οι κανόνες :

(+) · (+) = (+) και (+) : (+) = (+)
(-) · (-) = (+) και (-) : (-) = (+)
(+) · (-) = (-) και (+) : (-) = (-)
(-) · (+) = (-) και (-) : (+) = (-) .

π.χ. (+2) · (+3) = (+6) και (+2) : (+3) = (+2/3)
(-4) · (-5) = (+20) και (-4) : (-5) = (+4/5)
(+3) · (-6) = (-18) και (+3) : (-6) = (-3/6)
(-5) · (+4) = (-20) και (-5) : (+4) = (-5/4) .

5) ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΓΩΝΙΕΣ .

(α) Παραπληρωματικές γωνίες λέγονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° .

π.χ. αν οι γωνίες ω και φ είναι παραπληρωματικές και ισχύει φ = 120°, τότε :

$\varphi + \omega = 180^\circ \Longleftarrow \varphi = 120^\circ$
$120^\circ + \omega = 180^\circ$
$\omega = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

(β) Συμπληρωματικές γωνίες λέγονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90° .

π.χ. αν οι γωνίες ω και φ είναι συμπληρωματικές και ισχύει ω = 40°, τότε :

$\varphi + \omega = 90^\circ \Longleftarrow \omega = 40^\circ$
$\varphi + 40^\circ = 90^\circ$
$\varphi = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

6) ΣΧΕΣΗ ΕΠΙΚΕΝΤΡΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟΥ ΤΟΞΟΥ .

Κάθε επίκεντρη γωνία ισούται σε μοίρες με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου της .

π.χ. αν σε ένα κύκλο μία επίκεντρη γωνία ω βαίνει στο τόξο $\overset{\frown}{AB}$ με $(\overset{\frown}{AB}) = 45^\circ$, τότε θα ισχύει επίσης ότι ω = 45° και αντίστροφα .

7) ΜΕΣΟΚΑΘΕΤΟΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ .

Μεσοκάθετος ονομάζεται η ευθεία η οποία είναι κάθετη στο μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος .

ΠΡΟΣΟΧΗ : Κάθε σημείο μιας μεσοκαθέτου έχει την ιδιότητα να ισαπέχει από τα άκρα του αντίστοιχου ευθύγραμμου τμήματος και αντίστροφα τα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχουν από κάθε σημείο της μεσοκαθέτου του .

π.χ. Για να βρούμε το κέντρο ενός τυχαίου κύκλου, σχεδιάζουμε δύο χορδές του και στην συνέχεια φέρνουμε τις μεσοκάθετες των δύο χορδών .

Το σημείο τομής των δύο μεσοκαθέτων είναι το κέντρο του κύκλου διότι θα ισαπέχει και από τα τέσσερα άκρα των δύο χορδών (η απόστασή τους είναι η ακτίνα του κύκλου) .