

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΘΕΩΡΙΑ

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ - ΠΟΛ/ΣΜΟΥ	σελ 13
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	σελ 17
ΟΡΙΣΜΟΣ - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΡΙΖΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	σελ 20-21
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ - ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ	σελ 25
ΜΟΝΩΝΥΜΑ	σελ 26
ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΜΟΝΩΝΥΜΑ	σελ 30
ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ	σελ 33-34
ΑΝΑΓΩΓΗ ΟΜΟΙΩΝ ΟΡΩΝ	σελ 34
ΠΡΟΣΘΕΣΗ - ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ	σελ 34
ΠΟΛ/ΣΜΟΣ ΜΟΝΩΝΥΜΟΥ ΜΕ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟ	σελ 38
ΠΟΛ/ΣΜΟΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟΥ ΜΕ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟ	σελ 38
ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ - ΑΞΙΟΣΗΜΕΙΩΤΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ	σελ 42-44
ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ - ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ	σελ 53-57
ΤΕΛΕΙΑ/ΕΥΚΛΕΙΔΙΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ	σελ 63-65
Ε.Κ.Π./Μ.Κ.Δ. ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΛΓΕΒΡΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ	σελ 68-69
ΡΗΤΗ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ	σελ 71-72
ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ/ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ	σελ 75
ΣΥΝΘΕΤΟ ΚΛΑΣΜΑ	σελ 76
ΠΡΟΣΘΕΣΗ/ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ	σελ 78

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1,2 σελ 14	2,3 σελ 17-18	2,3 σελ 21	1,3 σελ 26-27	1,2 σελ 31
1,3 σελ 34-35	1 σελ 39	1,2,4,6 σελ 45-47	4 σελ 58-59	1,2 σελ 65-66
1,2 σελ 69	1,2 σελ 72	2 σελ 76		

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2,4,5,8 σελ 15-16	2,3 σελ 19	2,3,6,7 σελ 23-24	1,3,4 σελ 29	1,2,3 σελ 32
2,3,6,7,9 σελ 36-37	4,6 σελ 41	3,5,6,9,10,16 σελ 49-50	4,6,9,11,12,14,19 σελ 61-62	
2,3,4,9 σελ 67	1,2 σελ 70	1,3,5 σελ 74	3,4 σελ 77	2,3,5 σελ 80-81

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΩΡΙΑ

ΠΡΩΤΟΒΑΘΜΙΑ ΕΞΙΣΩΣΗ	σελ 86
ΕΠΙΛ. ΕΞΙΣ. Β' ΒΑΘΜΟΥ ΜΕ ΑΝΑΛ. ΣΕ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ	σελ 90-91
ΕΠΙΛ. ΕΞΙΣ. Β' ΒΑΘΜΟΥ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΥΠΟΥ	σελ 94
ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ	σελ 96
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ	σελ 99-100
ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ	σελ 103-104
ΔΙΑΤΑΞΗ/ΙΔΙΟΤ. ΔΙΑΤΑΞΗΣ/ΑΝΙΣ. Α' ΒΑΘΜ. ΜΕ ΕΝΑ ΑΓΝΩΣΤΟ	σελ 110-113

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1,2 σελ 87	1,2 σελ 92	1,2 σελ 95
1,3 σελ 104-105	1,2 σελ 113-114	

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1,2,5 σελ 88	2,3,6,7 σελ 93	2,3,5,6 σελ 97
1,2,5,8,11 σελ 101-102	2,3,5,6,9 σελ 107-108	2,3,6,10,14,17 σελ 116-117

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΘΕΩΡΙΑ

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	σελ 122-124
ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ/ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΓΡΑΜ. ΣΥΣΤ.	σελ 128-129
ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	σελ 133-134

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1,2	σελ 125	1	σελ 130	1,3,4	σελ 135-136
------------	---------	----------	---------	--------------	-------------

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2,3,4,5,6	σελ 127	2,4	σελ 132	2,3,6,10,12,15,20	σελ 137-139
------------------	---------	------------	---------	--------------------------	-------------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΘΕΩΡΙΑ

Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $y = ax^2$, με $a \neq 0$ - §4.1,	σελ 144-146
Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $y = ax^2 + bx + \gamma$, με $a \neq 0$ - §4.2,	σελ 150-151

<u>ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ</u>	1,2	σελ 146-147	1, 2	σελ 152-153
------------------	------------	-------------	-------------	-------------

<u>ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>	2,3,5,6	σελ 149	2,3,5,7	σελ 155-156
-----------------	----------------	---------	----------------	-------------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΘΕΩΡΙΑ

ΣΥΝΟΛΑ/ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΝΟΛΩΝ/ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΣΥΝΟΛΑ	σελ 160-163
ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ/ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ/ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΕΝΔΕΧ.	σελ 167-170
ΕΝΝΟΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ/ΚΑΝΟΝΕΣ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ	σελ 174-175

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1,2	σελ 163-164	1,2	σελ 170-171	1, 2	σελ 176-177
------------	-------------	------------	-------------	-------------	-------------

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1,2,4,5,6,9	σελ 165-166	1,2,4,5,6	σελ 173	1,4,5,7,8,11,13	σελ 178-179
--------------------	-------------	------------------	---------	------------------------	-------------

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΘΕΩΡΙΑ

ΤΡΙΓΩΝΑ/ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΤΡΙΓΩΝΩΝ	σελ 186-190
ΛΟΓΟΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ/ΑΝΑΛΟΓΑ ΕΥΘ. ΤΜΗΜ.	σελ 198-201
ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ ΘΑΛΗ	σελ 206-207
ΟΜΟΙΟΘΕΤΟ ΣΗΜΕΙΟΥ/ΕΥΘ. ΤΜ./ΓΩΝΙΑΣ/ΠΟΛΥΓ./ΚΥΚΛΟΥ	σελ 210-212
ΟΜΟΙΑ ΠΟΛΥΓΩΝΑ/ΛΟΓΟΣ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ/ΚΛΙΜΑΚΑ	σελ 215-216
ΟΜΟΙΑ ΤΡΙΓΩΝΑ	σελ 220
ΛΟΓΟΣ ΕΜΒΑΔΩΝ ΟΜΟΙΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ	σελ 225-226

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1,3,4	σελ 191-192	1,2,3,4	σελ 202-203	2	σελ 207-208	1	σελ 212
1, 2	σελ 216-217	2	σελ 221	1	σελ 226		

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2,4,6,9,11,13,15,16,21	σελ 194-196	1,4,6,7	σελ 204-205	2,4,5,7	σελ 209
2,4,6,9	σελ 213-214	1,2,5,6	σελ 218-219	1,3,4,5	σελ 222-223
2,4,6,7,10	σελ 227-228				

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΩΡΙΑ

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΓΩΝΙΑΣ ω με $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$	σελ 232-234
ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΩΝ ΓΩΝΙΩΝ	σελ 237-238
ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΓΩΝΙΑΣ	σελ 240
ΝΟΜΟΣ ΗΜΙΤΟΝΩΝ/ΝΟΜΟΣ ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΩΝ	σελ 244-246

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1,2 σελ 234	1,2 σελ 238	1,2,3 σελ 241	1,3,4 σελ 246-247
-------------	-------------	---------------	-------------------

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2,4,5,6 σελ 235-236	2,4,5,7,8 σελ 238	4,6,8,10,12,14 σελ 242-243
2,3,4,7,9,11,13 σελ 249-250		

ΤΑ ΠΙΟ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

1) Αξιοσημείωτες ταυτότητες .

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	τετράγωνο αθροίσματος
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	τετράγωνο διαφοράς
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	κύβος αθροίσματος
$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	διαφορά αθροίσματος
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	γινόμενο αθροίσματος επί διαφορά
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$	άθροισμα κύβων
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	διαφορά κύβων

ΠΡΟΣΟΧΗ : Οι ταυτότητες τετράγωνο αθροίσματος και τετράγωνο διαφοράς ισχύουν και για περισσότερους από δύο αριθμούς !

π.χ. $(a + b - \gamma)^2 = a^2 + b^2 + \gamma^2 + 2ab - 2a\gamma - 2b\gamma$, κλπ.

2) Επίλυση εξίσωσης δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια τύπου .

Για την επίλυση της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$:

- βρίσκουμε τα a, b, γ

- υπολογίζουμε την διακρίνουσα $\Delta = b^2 - 4a\gamma$

- Αν $\Delta > 0$, η εξίσωση έχει **δύο άνισες λύσεις** που δίνονται από το τύπο $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Αν $\Delta = 0$, η εξίσωση έχει μία **διπλή** ρίζα που δίνεται από το τύπο $x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$

- Αν $\Delta < 0$, η εξίσωση **δεν έχει λύση** (αδύνατη)

π.χ. Για την εξίσωση $x^2 - 5x + 6 = 0$:

- $a = 1, b = -5, \gamma = 6$

- $\Delta = b^2 - 4a\gamma = 1 > 0$, άρα έχουμε δύο άνισες ρίζες

- $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$. Άρα $x_1 = 3$ ή $x_2 = 2$.

3) Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος .

(α) Μέθοδος της αντικατάστασης .

Λύνουμε την μία εξίσωση ως προς ένα άγνωστο και αντικαθιστούμε τον άγνωστο αυτό στην δεύτερη εξίσωση .

π.χ. $2a - b = 6 \implies b = 2a - 6 \implies$ αντικατάσταση στην άλλη εξίσωση

$$3\alpha + 2\beta = 8$$

$$3\alpha + 2(2\alpha - 6) = 8 \implies \alpha = \frac{20}{7} \implies \text{αντικατάσταση σε μια από τις αρχικές εξισώσεις}$$

$$2 \cdot \frac{20}{7} - \beta = 6 \implies \beta = -\frac{2}{7}.$$

ΠΡΟΣΟΧΗ : Η μέθοδος αντικατάστασης προτιμάται όταν η μία από τις δύο εξισώσεις είναι λυμένη ως προς έναν άγνωστο (π.χ. $\alpha = 4 - \beta$) ή όταν σε κάποια από τις δύο εξισώσεις ο συντελεστής κάποιου από τους δύο αγνώστους είναι $+1$ ή -1 (π.χ. $2\alpha - \beta = 6$).

(β) Μέθοδος των αντίθετων συντελεστών .

Πολλαπλασιάζουμε και τις δύο εξισώσεις του συστήματος με κατάλληλα νούμερα ώστε κάποιος από τους δύο αγνώστους στο σύστημα να αποκτήσει αντίθετους συντελεστές και στη συνέχεια προσθέτουμε κατά μέλη τις δύο εξισώσεις που προκύπτουν με αποτέλεσμα να απαλειφθεί αυτός ο άγνωστος .

$$\text{π.χ. } 2\alpha + 3\beta = 5 \Rightarrow \cdot (-3) \implies -6\alpha - 9\beta = -15$$

$$3\alpha - 2\beta = 6 \Rightarrow \cdot 2 \implies 6\alpha - 4\beta = 12$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad -13\beta = -3 \text{ ή } \beta = \frac{3}{13} . \end{array}$$

$$\text{αντικατάσταση σε μία εξίσωση} \quad 2\alpha + 3 \cdot \frac{3}{13} = 5 \implies \alpha = \frac{28}{13} .$$

ΠΡΟΣΟΧΗ : Όταν ένας άγνωστος έχει αντίθετους συντελεστές στις δύο εξισώσεις του συστήματος, τότε τις προσθέτουμε κατά μέλη και ο άγνωστος απαλείφεται .

$$\text{π.χ. } \alpha - \beta = 8$$

$$\alpha + \beta = 2$$

$$\begin{array}{r} (+) \quad 2\alpha = 10 \quad \text{ή} \quad \alpha = 5 . \quad \text{Άρα } \beta = -3 . \end{array}$$

4) Νόμος των ημιτόνων - Νόμος των συνημιτόνων .

(α) ΝΟΜΟΣ ΗΜΙΤΟΝΩΝ : Οι πλευρές κάθε τριγώνου είναι ανάλογες προς τα ημίτονα των απέναντι γωνιών τους .

$$\text{Δηλαδή : } \frac{a}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma} .$$

ΠΡΟΣΟΧΗ : Ο νόμος ημιτόνων χρησιμοποιείται όταν γνωρίζουμε μία πλευρά ενός τριγώνου, την απέναντι γωνία της και μία ακόμη πλευρά ή γωνία του .

$$\text{π.χ. αν } a = 6, \gamma = 12 \text{ και } \hat{A} = 30^\circ : \frac{a}{\eta\mu A} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma} \text{ ή } \frac{6}{\eta\mu 30^\circ} = \frac{12}{\eta\mu \Gamma} \text{ ή } \eta\mu \Gamma = 1 \text{ ή } \hat{\Gamma} = 90^\circ .$$

(β) ΝΟΜΟΣ ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΩΝ : Σε κάθε τρίγωνο ισχύει ο τύπος $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A$.

ΠΡΟΣΟΧΗ : Με κυκλική εναλλαγή των α , β και γ , προκύπτουν οι ισοδύναμοι τύποι

$$\beta^2 = \gamma^2 + \alpha^2 - 2\alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B \quad \text{και} \quad \gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta\sigma\upsilon\nu \Gamma .$$

Ο νόμος συνημιτόνων χρησιμοποιείται όταν γνωρίζουμε και τις τρεις πλευρές ενός τριγώνου ή δύο πλευρές και την περιεχόμενη γωνία τους .

$$\text{π.χ. αν } \alpha = 8 \text{ cm, } \beta = 6 \text{ cm και } \gamma = 3 \text{ cm, για να βρούμε την γωνία } \hat{\Gamma} :$$

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta\sigma\upsilon\nu \Gamma$$

$$9 = 64 + 36 - 2 \cdot 8 \cdot 6\sigma\upsilon\nu \Gamma$$

$$\sigma\upsilon\nu \Gamma = \frac{91}{96} \approx 0,95 \text{ ή } \hat{\Gamma} \approx 19^\circ .$$

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

- 1) (α) Αναφέρετε 5 ιδιότητες δυνάμεων πραγματικών αριθμών .
(β) Γράψτε τις ταυτότητες : τετράγωνο αθροίσματος, κύβος διαφοράς, γινόμενο αθροίσματος επί διαφορά, άθροισμα κύβων .
(γ) Δώστε τον ορισμό της τετραγωνικής συνάρτησης , τις συντεταγμένες της κορυφής και τον άξονα συμμετρίας της . Πότε παίρνει μέγιστη και πότε ελάχιστη τιμή ;
(δ) Δώστε τους ορισμούς : όμοια πολύγωνα, λόγος ομοιότητας, κλίμακα, όμοια τρίγωνα. Τί ισχύει για το λόγο των εμβαδών δύο όμοιων σχημάτων ;
- 2) (α) Υπολογίστε τα αναπτύγματα : $(2\alpha + \beta)^2$, $(-\gamma + \delta)(-\gamma - \delta)$, $(\varepsilon - \zeta)^3$, $\theta^3 + \kappa^3$.
(β) Να λύσετε τις εξισώσεις : $x^2 - 2x - 24 = 0$, $2\omega^2 + 8\omega + 8 = 0$, $\gamma^2 - 5\gamma + 9 = 0$.
(ΑΠ: $x = 6$ ή $x = -4$, $\omega = -2$, δεν έχει ρίζες)
- 3) (α) Να επιλυθούν τα συστήματα : $1) \begin{cases} x - y = 8 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$, $2) \begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 4 \\ 2\alpha + 4\beta = 8 \end{cases}$
(ΑΠ: $x = 6$ και $y = -2$, $\alpha = 2$ και $\beta = 1$)
(β) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) ισχύει ότι : ΑΒ = 8 cm και ΒΓ = 10 cm . Να βρεθούν οι λόγοι : $\frac{ΑΓ}{ΒΓ}$, $\frac{ΑΒ}{ΑΓ}$, $\frac{ΑΒ}{ΒΓ}$, $\frac{ΒΓ}{ΑΓ}$.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

- 1) (α) Αναφέρετε τις ιδιότητες αντιμεταθετική και προσεταιριστική, τα ουδέτερα στοιχεία και την επιμεριστική ιδιότητα για την πρόσθεση και τον πολ/σμό πραγματικών αριθμών . Δώστε από ένα παράδειγμα
(β) Αναφέρετε τη μορφή εξίσωσης δευτέρου βαθμού, τους τύπους για την διακρίνουσα και τις ρίζες και πόσες ρίζες υπάρχουν σε κάθε περίπτωση
(γ) Δώστε τον τύπο γραμμικής εξίσωσης με δύο αγνώστους και τον ορισμό αδύνατης και αόριστης γραμμικής εξίσωσης . Δώστε από ένα παράδειγμα
(δ) Αναφέρετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας ω και τους τύπους από τους οποίους δίνονται . Τί ισχύει για παραπληρωματικές γωνίες ; Δώστε τον νόμο ημιτόνων και τον νόμο συνημιτόνων
- 2) (α) Υπολογίστε τα αναπτύγματα : $(\alpha - 3\beta)^2$, $(\gamma + 2\delta)(\gamma - 2\delta)$, $(3\varepsilon + \zeta)^3$, $\theta^3 - (2\kappa)^3$.
(β) Να βρείτε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των παραστάσεων : $2\alpha^2(\alpha - \beta)^2$, $3\alpha\beta^3(\alpha + \beta)^2$, $8\alpha^2\beta(\alpha^2 - \beta^2)$
(γ) Να επιλυθεί το σύστημα : $2\alpha - \beta = 6$
 $3\alpha + 4\beta = 10$
(ΑΠΑΝΤΗΣΗ : $\alpha = \frac{34}{11}$ και $\beta = \frac{2}{11}$)
- 3) (α) Αν για δύο ενδεχόμενα Γ και Δ ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν :
 $P(\Gamma \cup \Delta) = \frac{6}{12}$ και $P(\Gamma') + P(\Delta') = \frac{13}{12}$, να βρείτε το $P(\Gamma \cap \Delta)$.
(ΑΠΑΝΤΗΣΗ : $P(\Gamma \cap \Delta) = \frac{5}{12}$)
(β) Αν για την αμβλεία γωνία ω ισχύει : $\eta\mu\omega = \frac{6}{10}$, να υπολογίσετε την παράσταση :
 $A = \frac{2}{5} \eta\mu\omega - \frac{1}{5} \sigma\upsilon\nu\omega - \frac{3}{5} \epsilon\phi\omega$.
(ΑΠΑΝΤΗΣΗ : $A = \frac{17}{20}$)